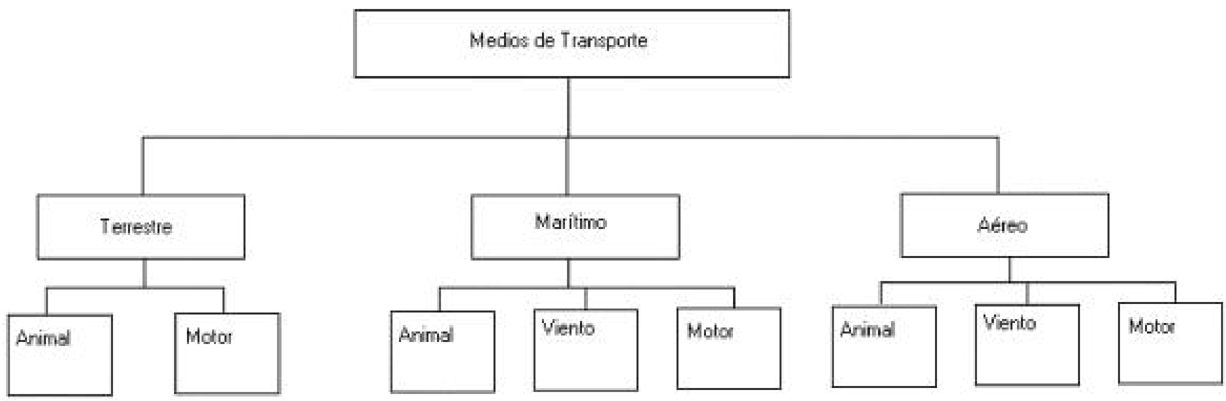
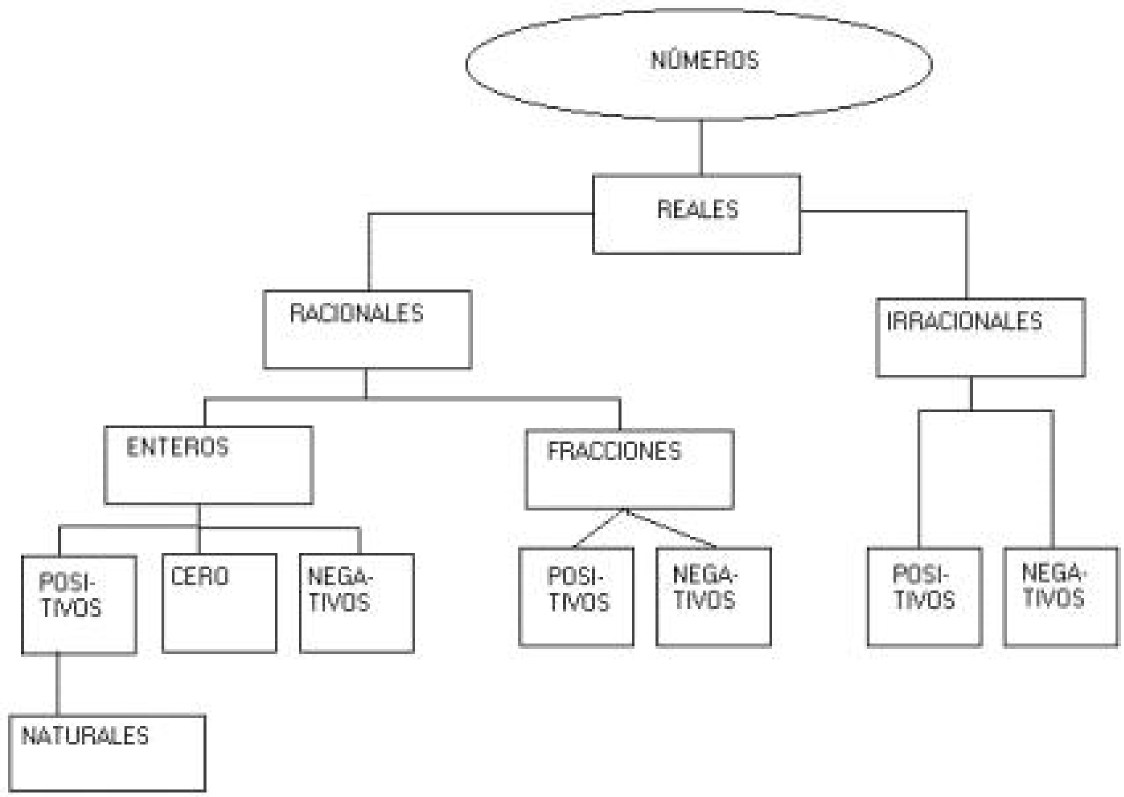
UNIDAD I.

NUMEROS REALES. DEFINICIÓN Y ESTRUCTURA.

INTRODUCCIÓN. (Diagrama de árbol)





1. Números Naturales.

Imagina un hombre de las cavernas que se dedicaba a la caza y recolección de frutos; en una salida logró juntar un montón de frutos y lo llevó a su hogar, al momento de repartirlo a todos los integrantes de su familia no fue suficiente y varios de ellos no alcanzaron alimento.

- ¿Qué crees que hizo el hombre para alimentar o darle de comer a todos los integrantes de su familia, sin tener que dar varias vueltas a recolectar frutos ?

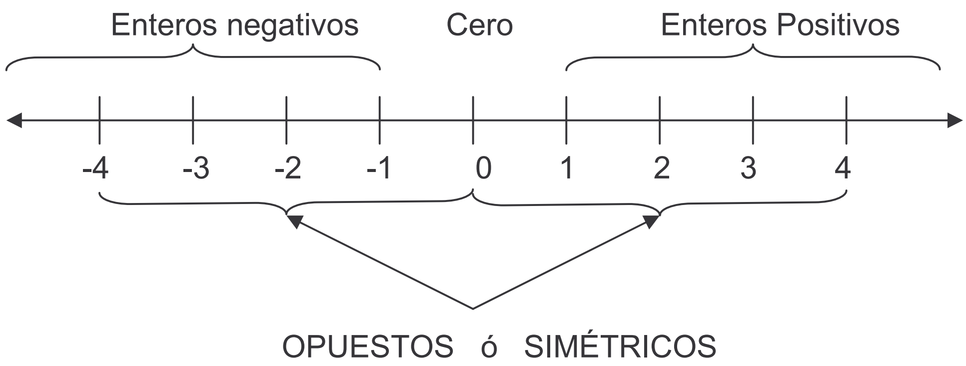
La respuesta a esta pregunta llevó a los primeros hombres a utilizar una forma para CONTAR los objetos de su entorno o que satisfacían sus necesidades.

Es así como surgen los números *NATURALES* que son los que sirven para contar; y se representan de la siguiente forma.

$\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, ...\}$.

2. Números Enteros.

Con el pasar del tiempo, los hombres formaron civilizaciones y alcanzaron niveles de cultura razonables. Es en estos ambientes donde las actividades no se centran en la satisfacción de necesidades que surge el concepto de número *ENTERO*.
Los números enteros son los positivos, los negativos y el 0. En la recta numérica convencionalmente, los positivos están a la derecha del 0 y los negativos a la izquierda.



El 4 se lee como “cuatro positivo” o “cuatro”. El - 4 se lee como “cuatro negativo” o “menos cuatro”. Los números como el 4 y el - 4 que están en la

recta numérica en lados diferentes con respecto al 0 y a la misma distancia de él, se llaman **opuestos** ó **simétricos**.
El concepto de opuestos o simétricos, por supuesto también ocurre para TODOS los demás números enteros; en la gráfica anterior, el 1 y – 1, 2 y - 2, 3 y - 3, etc.

3. Números Racionales.

Una vez que las distintas civilizaciones alcanzan niveles culturales y sociales adecuados, surge el comercio. A esta actividad viene ligada la necesidad de ***medir*** y para ello el hombre hubo de inventar unidades de medida, así surgieron los diferentes sistemas de medición (MKS, cgs, e inglés).
Notó que la unidad de medida no cabía completamente al utilizarla en la medición y tuvo la necesidad de “partir” esa unidad y así surgen los números fraccionarios.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{8}{15} \qquad \frac{3}{7}.$$

Observa, ¿qué tipo de números son los que aparecen arriba de la línea? ¿Y los de abajo?

¿Cuál es el significado de la expresión $\frac{2}{3}$?

¿Cuál sería el significado de la expresión $\frac{5}{0}$?

En general, se dice que todo número racional es aquel que puede ser expresado de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son ENTEROS, y b.
¿ Cómo debe de ser ?

¿Puede expresarse un número entero en este formato? Escribe algunos ejemplos.

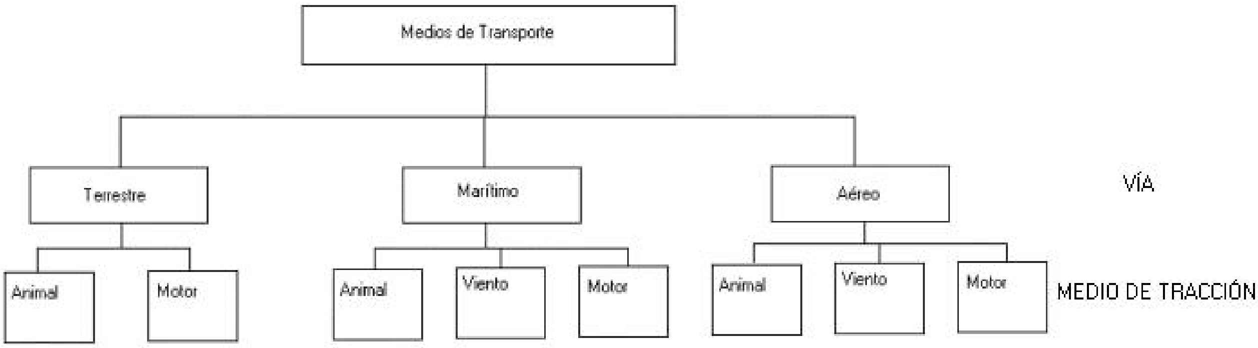
Los números racionales se representan con la letra Q.

4. Números Reales.

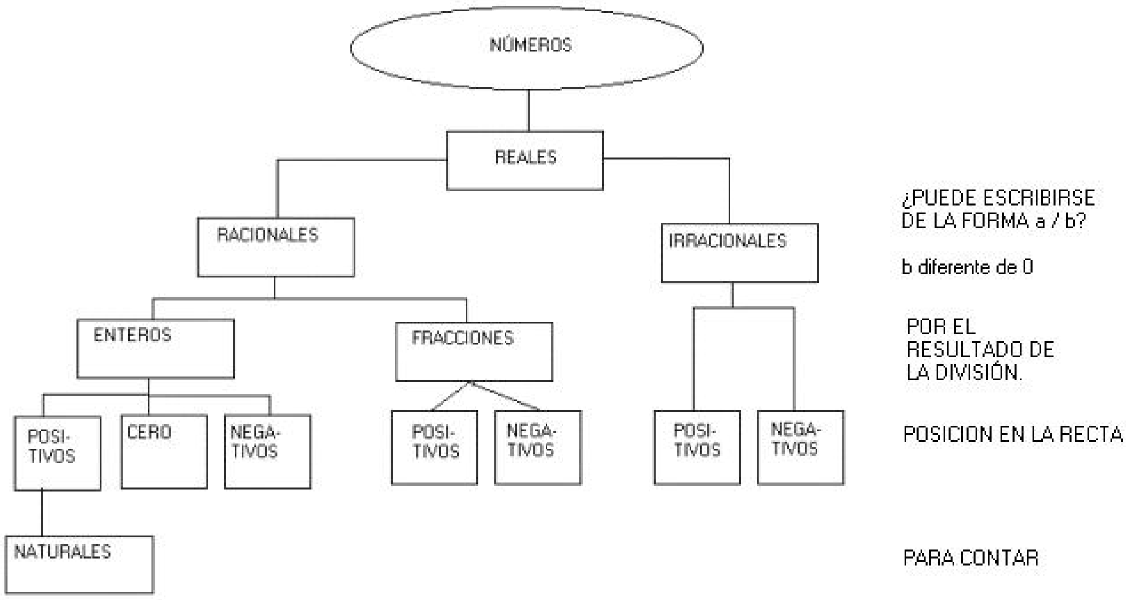
Aún existe otra clase de números distintos de los ya mencionados. Estos números son conocidos como IRRACIONALES, ya que no se pueden obtener como los racionales. Entre estos números están todas las raíces que no son exactas, el número π = 3.1415...... y el número ***e* =2.7182........**(base de logaritmos neperianos)

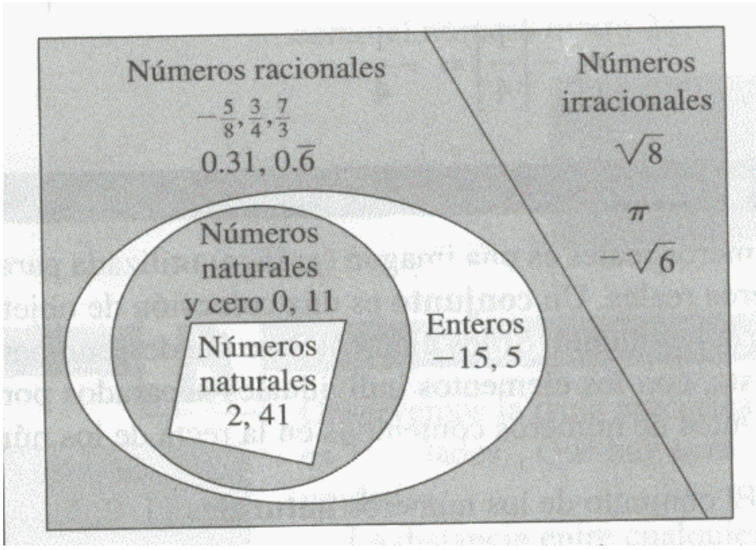
Los números irracionales se representan con la letra Q'.

Los números irracionales, junto con los racionales (dentro de los cuales están los enteros) forman el conjunto de los números ***REALES***.
Estos se representan con la letra: $\mathcal{R}$.



El siguiente esquema puede servir para visualizar cómo están estructurados los números reales:





PARA CONTAR

5. Propiedades.

En los temas anteriores se describió "el terreno" donde se realizarán las operaciones durante el curso. Ahora es tiempo de explicar "las reglas" aplicadas al realizar las operaciones, en otras palabras, lo que se puede hacer y lo que no se puede (ni debe) hacerse.

Estas "reglas" reciben el nombre de ***propiedades de campo*** y se aplican a las operaciones fundamentales. Estas propiedades son 6 y se describen a continuación:

i) ***Cerradura***:

NUMEROS	PROPIEDAD DE CERRADURA
Naturales	adición, multiplicación
Enteros	adición, sustracción, multiplicación
Racionales	adición, sustracción, multiplicación, división
Reales	adición, sustracción, multiplicación, división

ii) ***Asociativa***

Para la suma.- la forma como se asocien tres o más números (sumandos) no altera el <u>resultado</u>.

(3 + 5) + 6 = 8 + 6 = 14.   3 + (5 +6) = 3 + 11 = 14.

Para la multiplicación.- la manera en como se asocien tres o más números (factores) no altera el *producto*.

(4*5)*6 = (20)*6 = 120.   4*(5*6) = 4*(30) = 120.

iii) ***Conmutativa***

Para la suma.- el orden en que se sumen dos o más números no altera el *resultado*.

8 + 4 = 12.   4 + 8 = 12.

Para la multiplicación.- el orden de los factores no altera el *producto*.

(7)(8) = 56   (8)(7) = 56

iv) ***Elementos Identidad (Neutros)***

Para la suma, 0 es el neutro aditivo. Esto significa que sumar 0 a cualquier número da como resultado el mismo número.

–13 + 0 = –13. $\frac{7}{8} + 0 = \frac{7}{8}$

Para la multiplicación, 1 es el neutro multiplicativo.
Multiplicar cualquier número por 1 da como resultado el mismo número.

$(\sqrt{7})(1) = \sqrt{7}$ (-9)(1) = -9 $\left(\frac{5}{17}\right)(1) = \frac{5}{17}$

v) ***Inversos***

Para la suma, el elemento llamado inverso aditivo, es decir el opuesto o simétrico del número, con la característica de que al sumarse ambos se obtiene como resultado cero (neutro aditivo).

NÚMERO	INVERSO	OPERACIÓN
7	–7	7 + (–7) = 0
–23	23	–23 + 23 = 0
$-\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$	$-\frac{7}{4} + \frac{7}{4} = 0$

Para la multiplicación, el elemento llamado inverso multiplicativo, es el *recíproco* del número con la característica de que el producto de ambos es la unidad (neutro multiplicativo).

NÚMERO	INVERSO	OPERACIÓN
7	$\frac{1}{7}$	$(7)\left(\frac{1}{7}\right)=1$
$\frac{1}{5}$	5	$\left(\frac{1}{5}\right)(5)=1$
$-\frac{7}{4}$	$-\frac{4}{7}$	$\left(-\frac{7}{4}\right)\left(-\frac{4}{7}\right)=1$

vi) ***Distributiva***

Todas las propiedades que hemos analizado contienen una operación simple. Ahora veamos el caso de multiplicar un número por la suma de otros dos.

Ejemplo:

7 multiplicado por la suma de 4 y 5, puede obtenerse de dos maneras:

$$\left.\begin{array}{l}(7)(4+5)\\(7)\,(9)\\63\end{array}\right\}$$ por prioridad de operaciones se suma dentro del paréntesis y después se multiplica.

$$\left.\begin{array}{c}\underbrace{(7)(4)}_{\downarrow}+\underbrace{(7)(5)}_{\downarrow}\\28\quad+\quad35\\63\end{array}\right\}$$ por propiedad distributiva se multiplica y después se suma.

Por lo tanto:

Al realizar la operación, la multiplicación distribuye la suma.

EJERCICIOS

Justificar cada proposición dando el nombre de la propiedad.

1. $2(3+5)=(2)(3)+(2)(5)$

   Distributiva

2. $2+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+2$

   Conmutativa de la adición

3. $7(3\bullet 2)=(7\bullet 3)2$

   Asociativa de la Multiplicación

4. $\left(\frac{1}{4}+5\right)+(3+7)=\frac{1}{4}+[5+(3+7)]$

   Asociativa de la adición

5. $(2+1)(3+11)=(2+1)(3)+(2+1)(11)$

   Distributiva