UNIDAD III

OPERACIONES CON EXPRESIONES RACIONALES

OBJETIVO ESPECIFICO.

Al término de la unidad, el alumno operará con expresiones algebraicas racionales y aplicará los conocimientos adquiridos en las dos unidades anteriores.

1. Propiedades de las expresiones racionales.

1.1. *Estructura*.

En álgebra las fracciones (llamadas expresiones racionales) tienen la misma estructura que en aritmética:

En la fracción $\frac{a}{b}$, los términos "***a***" y "***b***" son el numerador, y el denominador, respectivamente.

1.2. *Definición del producto de dos fracciones*:

El producto de dos fracciones cualesquiera $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, se define por medio de la igualdad:

$$\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a * c}{b * d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{..........(3.1)}$$

Siendo *a, b, c* y *d* números enteros, y, $b \neq 0$ y $d \neq 0$,
Haciendo en la expresión anterior **c = d = n**, se tiene $\frac{a}{b} * \frac{n}{n} = \frac{an}{bn}$, puesto que $\frac{n}{n} = 1$, siendo ***n*** cualquier número diferente de cero:

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} * 1 = \frac{a}{b} * \frac{n}{n} = \frac{an}{bn}$$

De acuerdo a (3.1). Por lo tanto.

$$\frac{a}{b} = \frac{an}{bn} \qquad (3.2)$$

Puesto que ***n*** es un número real diferente de cero , la expresión (3.2) también es válida si $n = \frac{1}{p}$, y $p \neq 0$, Por lo tanto:

$$\frac{a}{b} = \frac{a\left(\frac{1}{p}\right)}{b\left(\frac{1}{p}\right)} \qquad (3.3)$$

$$= \frac{a \div p}{b \div p}$$

1.3*. Fracciones equivalentes.*

De las igualdades (3.2) y (3.3) se concluye que: "Si el numerador y denominador de una fracción se multiplican o dividen por una misma expresión diferente de cero, el valor de la fracción ***NO*** se altera", obteniéndose lo que se denomina *Fracción equivalente.*

EJEMPLO 3.1

$\Rightarrow$ a) $\frac{3}{4} = \frac{3*5}{4*5} = \frac{15}{20}$

b) $\frac{15}{20} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow$ c) $\frac{8}{10} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$

d) $\frac{4}{5} = \frac{4*2}{5*2} = \frac{8}{10}$

e) $\frac{a^3 b^2}{a^4 b} = \frac{a^3 b^2 \div a^3 b}{a^4 b \div a^3 b} = \frac{b}{a}$

$\Rightarrow$ f) $\frac{b}{a} = \frac{b\ a^3 b}{aa^3 b} = \frac{a^3 b^2}{a^4 b}$

EJEMPLO 3.2

Buscar una fracción equivalente de $\frac{x+3}{x-1}$ cuyo denominador sea x^2 -1

Solución:

Al observar el denominador, su *conjugado* es x + 1, que al multiplicarlo por x - 1 se obtiene una diferencia de cuadrados que es lo que el problema nos pide.

Aplicando la conclusión de la expresión (**3.2)** se multiplica numerador y denominador por *x + 1*, se obtiene:

$$\frac{x+3}{x-1} = \frac{x+3}{x-1} * \frac{x+1}{x+1}$$
$$= \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$$

EJEMPLO 3.3

Simplificar la expresión siguiente:

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1}$$

Se identifican dos polinomios que se pueden factorizar, aplicamos la conclusión de la expresión (3.3)

$$\frac{x^2+4x+3}{x^2-1} = \frac{(x+3)(x+1) \div (x+1)}{(x-1)(x+1) \div (x+1)}$$

ó dandole otra presentación

$$= \frac{\frac{(x+3)(x+1)}{(x+1)}}{\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}}$$

$$= \frac{x+3}{x+1}$$

EJERCICIO 3.1

Escriba otra fracción equivalente cuyo denominador sea la segunda expresión dada.

196. $\frac{3}{y-2},\ 2-y$

197. $\frac{a}{t},\ st$

198. $\frac{x-2y}{x-y},\ y-x$

199. $\frac{(x-3)}{(x-1)},\ x^2-3x+2$

200. $\frac{a-3b+c}{2a-b-c}, c+b-2a$

201. $\frac{x+3}{x-4},\ x^2-6x+8$

202. $\frac{a}{b},\ ab$

203. $\frac{3x+4}{4x+3}, 16x^2+24x+9$

204. $\frac{c}{d},\ cd$

205. $\frac{x-2}{x-3},\ x^2-9$

- Reducción de fracciones a su mínima expresión.

Una fracción esta en su mínima expresión cuando en el numerador y denominador de la misma no existan mas factores comunes que la unidad.

Por lo tanto, para reducir una fracción a su mínima expresión se factorizan el numerador y el denominador, luego se divide cada uno de ellos entre los factores que les sean comunes.

EJEMPLO 3.4

$$\frac{x^3+x^2-6x}{x^3-3x^2+2x}$$

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{x^3+x^2-6x}{x^3-3x^2+2x} &= \frac{x(x^2+x-6)}{x(x^2-3x+2)} \\ &= \frac{\cancel{x}\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{x}\cancel{(x-2)}(x-1)} \\ &= \frac{x+3}{x-1}\end{aligned}$$

$$\frac{a^5 - a^4c - ab^4 + b^4c}{a^4 - a^3c - a^2b^2 + ab^2c} = \frac{a^4(a-c) - b^4(a-c)}{a^3(a-c) - ab^2(a-c)}$$

$$= \frac{(a^4 - b^4)\cancel{(a-c)}}{(a^3 - ab^2)\cancel{(a-c)}}$$

$$= \frac{a^4 - b^4}{a^3 - ab^2}$$

$$= \frac{\cancel{(a^2 - b^2)}(a^2 + b^2)}{a\cancel{(a^2 - b^2)}}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{a}$$

EJERCICIO 3.2

Reduzca a su mínima expresión las fracciones siguientes.

206. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2}$

207. $\frac{(2x - 5y)(x + 3x + 2y^2)}{(2x^2 - 3xy - 5y^2)((2x - y)}$

208. $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x - 6}$

209. $\frac{ax - ay + bx - by}{2ax - by - ay + 2bx}$

210. $\frac{2x^2 + x - 1}{2x^2 + 5x - 3}$

211. $\frac{ax + 2bx - 2by - ay}{2ax - 2ay + 4bx - 4by}$

212. $\frac{(2a - b)(a^2 - 3ab + 2b^2)}{(2a^2 + ab - b^2)(a - 2b)}$

213. $\frac{sx + 2sy - tx - 2ty}{2sx + 4sy + tx + 2ty}$

214. $\frac{(2a^2 + 7ab + 6b^2)\ (a - b)}{(2a^2 + ab - 3b^2)\ (2a + b)}$

215. $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$

2. <u>Multiplicación y división</u>.

- *Multiplicación*:

Para realizar la multiplicación de dos o más fracciones, se indica el producto de los numeradores y se divide entre el producto indicado de los denominadores, simplificando de ser posible la expresión resultante.

EJEMPLO 3.5

a) $$\frac{27a^3b^2}{8x^2y^5} * \frac{16x^3y}{81a^2b^4} = \frac{(3)(3)(3)(2)(2)(2)(2)a^3b^2x^3y}{(2)(2)(2)(3)(3)(3)(3)a^2b^4x^2y^5}$$

$$= \frac{2ax}{3b^2y^4}$$

b)

$$\frac{x^2-3x}{2x^2+11x+5} * \frac{x-1}{3x^2-10x+3} = \text{factorizando}$$

$$= \frac{x(x-3)}{(2x+1)(x+5)} * \frac{(3x-1)(2x+1)}{(x-3)(3x-1)}$$

$$= \frac{x(x-3)}{(2x+1)(x+5)} \frac{(3x-1)(2x+1)}{(x-3)(3x-1)}$$

$$= \frac{x}{x+5}$$

- *División*

La división de expresiones racionales algebraicas se realiza como una multiplicación utilizando *la propiedad de inverso multiplicativo o recíproco*.

Para obtener el recíproco de una fracción se intercambian de posición el numerador y denominador, así por ejemplo:

$$\text{de } \frac{5}{7} \text{ el reciproco es } \frac{7}{5}$$

$$\text{de } \frac{a}{b} \text{ el reciproco es } \frac{b}{a}$$

$$\text{de } -6 \text{ el reciproco es } -\frac{1}{6}$$

Por lo tanto, el procedimiento para dividir dos expresiones racionales es:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c}$$

$$= \frac{ad}{bc}$$

EJEMPLO 3.6

$$\frac{x^2-y^2}{x+3y} \div \frac{x-y}{x^2+3xy} = \frac{x^2-y^2}{x+3y} * \frac{x^2+3xy}{x-y}$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)(x)(x+3y)}{(x+3y)(x-y)}$$

$$= x(x+y)$$

$$= x^2+xy$$

EJERCICIO 3.3

Realice las operaciones indicadas con fracciones

216. $\frac{4}{5} * \frac{3}{8} * \frac{10}{9} =$

217. $\frac{18}{35} * \frac{7}{108} \div \frac{5}{72} =$

218. $\frac{78}{98} \div \left(\frac{18}{70} * \frac{52}{21}\right) =$

219. $\frac{8x^5y^7}{12x^7y^5} * \frac{9x^4y^9}{14x^8y^5} =$

220. $\frac{56a^4b^2}{27xy^4} \div \frac{35a^5b^2}{9x^3y^2z} =$

221. $\frac{a^3b^4}{x^4y} \div \left(\frac{a^2b^3}{xy^2} \div \frac{x^2y^3}{a^4b}\right) =$

222. $\frac{14x^2 - 21x}{24x - 16} * \frac{12x - 8}{42x - 63} =$

223. $\frac{7x^3 + 42x^2}{3x^2 - 6x} * \frac{15x - 30}{14x^2 + 84x} =$

224. $\frac{x^3 + x}{x^2 - x} \div \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 2x + 1} =$

225. $\frac{2x^2 + 4x}{12x^2y} * \frac{6x}{x^2 + 6x + 8} =$

226. $\frac{m + n}{m^2 - n^2} * \frac{m^2 - mn}{m^2 - 2mn + n^2} =$

227. $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - x - 6} * \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 2x} =$

228. $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 5x + 6} * \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x - 5} =$

229. $\frac{x^2 - 24 + 2x}{x^2 + 16 - 8x} * \frac{x^2 - 36 + 5x}{x^2 + 54 + 15} =$

230. $\frac{16x^2 - 20x + 6}{12x^3 + 7x^2 - 12x} * \frac{6x^3 + 17x^2 + 12x}{24x^2 - 52x + 20} =$

231. $\frac{28 + 13x - 6x^2}{16x^2 + 24x + 9} \div \frac{10x^2 - 39x + 14}{20x^2 + 7x - 6} =$

232. $\frac{x^2 + xy}{xy + y^2} \div \left(\frac{x^2 - y2}{x^2 + 2xy + y^2} \div \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2y + xy^2}\right) =$

233. $\left(\frac{x^2 - xy}{xy + y^2} \div \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2}\right) \div \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2y + xy^2} =$

234. $\frac{15x^2 - 17x - 42}{12x^2 - 64x + 45} \div \left(\frac{27x^2 - 51x - 28}{14x^2 - 75x + 54} * \frac{-3x - 18 + 10x^2}{54x^2 - 20 - 21x}\right) =$

235. $\left(\frac{2x^2 + 15x + 18}{12x^2 - 41x + 24} * \frac{12x^2 - 24 - 23x}{18 + 4x^2 + 27x}\right) \div \frac{10x + 8x^2 - 3}{12x^2 + 12 - 25x} =$

3. *Suma y resta.*

La suma de fracciones algebraicas presenta dos casos: i) con el mismo denominador y ii) con distinto denominador.

i) El proceso de solución en el primer caso es: sumar los numeradores en forma aritmética o algebraica y dejar el mismo denominador.

EJEMPLO 3.7

a)
$$\frac{2}{7}+\frac{6}{7}-\frac{3}{7}=\frac{2+6-3}{7}$$
$$=\frac{5}{7}$$

b)
$$\frac{2}{a}+\frac{6}{a}-\frac{3}{a}=\frac{2+6-3}{a}$$
$$=\frac{5}{a}$$

c)
$$\frac{2a}{a-b}+\frac{6b}{a-b}-\frac{a+2b}{a-b}=\frac{2a+6b-(a+2b)}{a-b}$$
$$=\frac{2a+6b-a-2b}{a-b}$$
$$=\frac{a+4b}{a-b}$$

ii) En el segundo caso el proceso es obtener primero el **m.c.m.** de los denominadores y expresar cada sumando como una fracción equivalente con el mismo denominador, y si es posible simplificar el resultado a su mínima expresión.

- Mínimo común múltiplo.

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de varias expresiones algebraicas, es aquella que es divisible exactamente entre todas y cada una de ellas.

EJEMPLO 3.8

$3xz,\qquad 4x^2\,y,\qquad 8x^5y^2,\qquad 36x^4$

El m.c.m. de los coeficientes se puede obtener al hacer divisiones sucesivas entre los números primos.

3	4	8	36	
3	2	4	18	2
3	1	2	9	2
3		1	9	2
1			3	3
			1	3

El *m.c.m.* de los coeficientes es la multiplicación de 2 * 2 * 2 * 3 * 3 = 72
El *mayor* exponente de **x** es 5
El *mayor* exponente de **y** es 2
El *mayor* exponente de **z** es 1

Por lo tanto el m.c.m. de todas expresiones es: $72x^5y^2z$

EJEMPLO 3.9

¿Cuál de las alternativas **a, b, c,** ó **d** será el m.c.m. de las siguientes expresiones?

$3(a + b)(2x + y)$, $4(a + b)^2 (x - y)$, $8(a + b)^5 (x - y)^2$, $36(a + b)^4$

a) $36(a + b)(2x + y)$ **b)** $8(a + b)(2x + y)^2$ **c)**$72(a + b)^5 (x - y)^2(2x + y)$ **d)** Ninguna

Comenta en clase la conclusión a la que llegaste.

EJERCICIO 3.4

En cada uno de los siguientes ejemplos, encontrar el **m.c.m.**

236. 8, 12, y 18
237. 18, 24 y 30
238. 24, 28 y 42
239. x, x^2 y $4x$
240. x^2y, xy^2 y y^3
241. xy, xy^2 y y^3
242. $8x$, $12x^2y$ y $32y^3$
243. $9xy$, $12x^3y$ y $15x^2y$
244. $x^2(x + 3)$, $x(x + 3)$ *y* $3(x + 3)$
245. $x + 1$, $x - 2$ *y* $(x + 1)(x - 2)$
246. $x - 4$, $4(x - 1)$ *y* $(x - 4)(x - 1)$

247. $(x - 2)(x - 4)$ *y* $(x - 2)(x - 8)$
248. $(2x - 3)(3x + 1)$, $(-3 + 2x)(1 + x)$, *y* $(3x + 1)(x + 1)$
249. $x^2 - 2x - 8$, $x^2 - 4x$, *y* $x^3 + 2x^2$
250. $3x^2 + 11x - 4$, $2 - 5x - 3x^2$ *y* $x^2 + 6x + 8$

Ahora, se esta en posibilidad de resolver operaciones del segundo caso como se explica a continuación.

EJEMPLO 3.10

a)

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{7}{3} = \text{m.c.m}\ (5)(4)(3)$$
$$= \frac{(2)(4)(3)}{(5)(4)(3)} + \frac{(3)(3)(5)}{(5)(4)(3)} - \frac{(7)(5)(4)}{(5)(4)(3)}$$
$$= \frac{24}{60} + \frac{45}{60} - \frac{140}{60}$$
$$= -\frac{71}{60}$$

b)

$$\frac{3x+y}{x^2-y^2} - \frac{2y}{x(x-y)} - \frac{1}{x+y} = \quad \text{se factorizan los denominadores}$$
$$= \frac{3x+y}{(x+y)(x-y)} - \frac{2y}{x(x-y)} - \frac{1}{x+y}\ \text{m.c.m.}\ x(x-y)(x+y)$$
$$= \frac{x(3x+y)}{x(x+y)(x-y)} - \frac{2y(x+y)}{x(x+y)(x-y)} - \frac{x(x-y)}{x(x+y)(x-y)}$$
$$= \frac{x(3x+y) - 2y(x+y) - x(x-y)}{x(x+y)(x-y)}$$
$$= \frac{3x^2 + xy - 2xy - 2y^2 - x^2 + xy}{x(x+y)(x-y)}$$
$$= \frac{2x^2 - 2y^2}{x(x+y)(x-y)}$$
$$= \frac{2(x+y)(x-y)}{x(x+y)(x-y)}$$
$$= \frac{2}{x}$$

c)

$$\frac{1}{6x} + \frac{1}{3y} - \frac{3x+2y}{12xy} =$$
$$=$$
$$=$$
$$=$$
$$=$$
$$=$$

EJERCICIO 3.5

Sumar las siguientes fracciones simplificando de ser posible los resultados:

251. $\frac{1}{12}+\frac{13}{12}-\frac{7}{12}+\frac{11}{12}=$

252. $\frac{2}{5}-\frac{3}{10}+\frac{7}{20}+\frac{1}{8}=$

253. $\frac{x-y}{4}+\frac{2x+y}{4}-\frac{-x+2y}{4}-\frac{x}{4}=$

254. $\frac{x}{6yz}+\frac{3y}{10xz}-\frac{2z}{15xy}=$

255. $\frac{3a}{2bc}-\frac{2b}{3abc}+\frac{4c}{5a^2b}=$

256. $\frac{3c}{7de}+\frac{5d}{14ec}-\frac{e}{4cd}=$

257. $\frac{3x+1}{5x}+\frac{x-2}{2x}=$

258. $\frac{x-4}{9x}+\frac{x-3}{6x}+\frac{2x+5}{3x}=$

259. $\frac{x-2}{4x}+\frac{x+5}{10x}-\frac{3x-6}{5x}=$

260. $\frac{2x-5}{6x}+\frac{-3x+6}{4x}-\frac{x-7}{12x}=$

261. $\frac{a-b}{a^2}-\frac{b}{a+b}-\frac{b^2}{a(a+b)}=$

262. $\frac{3}{x+3}-\frac{3x+1}{(x-1)(x+3)}=$

263. $\frac{2}{a+3}-\frac{1}{a-3}+\frac{2a}{a^2-9}=$

264. $\frac{x}{x^2-x-2}-\frac{1}{x^2+5x-14}-\frac{2}{x^2+8x+7}=$

265. $\frac{5x-7}{6x^2-11x+3}+\frac{1-x}{6x^2-11x+3}=$

266. $\frac{xy^2}{x^3-y^3}-\frac{y}{x^2+xy+y^2}=$

267. $\frac{2x+4}{x^2+4x+3}+\frac{2x+5}{x^2-x-2}-\frac{1}{x+3}=$

268. $\frac{x+1}{x^2+5x+6}+\frac{x+17}{x^2-x-12}-\frac{6}{x^2-2x-8}=$

269. $\frac{x-7}{x^2+x-6}-\frac{3x-5}{2x^2+5x-3}+\frac{4x-5}{2x^2-5x+2}=$

270. $\frac{7x-5}{3x^2-5x+2}+\frac{x+14}{3x^2+7x-6}-\frac{x+7}{x^2+2x-3}=$

4. *Fracciones compuestas.*

Se conoce como fracción compuesta o compleja a cualquier expresión racional en donde existen a su vez fracciones en el numerador, en el denominador o en ambos.

En la solución de una fracción compuesta se procede de acuerdo a un método llamado *reducción* que utiliza conceptos ya estudiados; solo se requiere aplicarlos en forma correcta.

En la reducción se encuentra útil la conclusión (3.2)

$$\frac{a}{b} = \frac{an}{bn}$$

EJEMPLO 3.11

a)

$$\frac{\frac{4}{9}-\frac{3}{8}}{\frac{7}{12}-\frac{11}{18}} = \frac{\frac{72}{1}\left(\frac{4}{9}-\frac{3}{8}\right)}{\frac{72}{1}\left(\frac{7}{12}-\frac{11}{18}\right)}$$

$$= \frac{32-27}{42-44}$$

$$= \frac{5}{-2}$$

$$= -\frac{5}{2}$$

b)

$$\frac{x+3+\frac{6}{x-4}}{x+5+\frac{18}{x-4}} = \frac{\frac{x-4}{1}\left(\frac{x+3}{1}+\frac{6}{x-4}\right)}{\frac{x-4}{1}\left(\frac{x+5}{1}+\frac{18}{x-4}\right)}$$

$$= \frac{(x-4)(x+3)+6}{(x-4)(x+5)+18}$$

$$= \frac{x^2-x-12+6}{x^2+x-20+18}$$

$$= \frac{x^2-x-6}{x^2+x-2}$$

$$= \frac{(x-3)(x+2)}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \frac{x-3}{x-1}$$

Las fracciones siguientes se llaman ***continuas*** y se simplifican efectuando las operaciones iniciando de abajo hacia arriba:

$$\frac{x-2}{x-\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{1-\cfrac{2}{x-2}}}} = \frac{x-2}{x-\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{\cfrac{x-2-2}{x-2}}}}$$

$$= \frac{x-2}{x-\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{\cfrac{x-4}{x-2}}}}$$

$$= \frac{x-2}{x-\cfrac{1}{1-\cfrac{2(x-2)}{x-4}}}$$

$$\frac{x-2}{x-\cfrac{1}{1-\cfrac{2x-4}{x-4}}}$$

$$= \frac{x-2}{x-\cfrac{1}{\cfrac{x-4-2x+4}{x-4}}}$$

c)

$$= \frac{x-2}{x - \frac{1}{\frac{-x}{x-4}}}$$

$$= \frac{x-2}{x + \frac{x-4}{x}}$$

$$= \frac{x-2}{\frac{x^2+x-4}{x}}$$

$$= \frac{x(x-2)}{x^2+x-4}$$

Se observa que en la ***línea principal*** de fracción esta ubicado el signo de igualdad, y que en cada paso se utiliza uno y solo un signo de igualdad para evitar confusiones.

d)

$$\frac{a-2}{a - \frac{1}{1-\frac{2}{a+2}}} = \frac{a-2}{a - \frac{1}{\frac{a}{a+2}}}$$

$$= \frac{a-2}{a - \frac{a+2}{a}}$$

$$= \frac{a-2}{\frac{a^2-a-2}{a}}$$

$$= \frac{a(a-2)}{1(a^2-a-2)}$$

$$= \frac{a(a-2)}{(a-2)(a+1)}$$

$$= \frac{a}{a+1}$$

EJERCICIO 3.6

Efectúe las operaciones indicadas y simplifique

271. $\dfrac{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}{1-\frac{2}{3}} =$

272. $\dfrac{\frac{1}{4x^2}-\frac{1}{25}}{\frac{1}{2x}-\frac{1}{5}} =$

273. $\dfrac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{1+\frac{b}{a}} =$

274. $\dfrac{x+\frac{x}{2}}{x-\frac{x}{4}} =$

275. $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{y}{x}-\frac{x}{y}} =$

276. $\dfrac{\frac{a^2}{a-b}-a}{\frac{b^2}{a-b}+b} =$

277. $\dfrac{\frac{y}{x+y}-\frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}} =$

278. $\dfrac{3x+2}{3x+8+\frac{26}{2x-3}} =$

279. $\dfrac{a+5-\frac{14}{a}}{1+\frac{8}{a}+\frac{7}{a^2}} =$

280. $\dfrac{\frac{a+3}{a-5}+\frac{a+5}{a-3}}{\frac{a+4}{a-5}+\frac{a-5}{a+4}} =$

281. $\dfrac{1}{1+\frac{1}{a}} =$

282. $$\frac{8}{3-\frac{2}{6-\frac{8}{x}}}=$$

283. $$\frac{2}{1+\frac{2}{1+\frac{2}{x}}}=$$

284. $$1-\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{x}{3}-1}}=$$

285. $$6-\frac{6}{6-\frac{6}{1-\frac{6}{6-\frac{6}{w^2}}}}=$$

286. $$\frac{x+3}{x-\frac{x-3}{x+\frac{x+3}{x-\frac{x+3}{x}}}}=$$

287. $$\frac{\frac{a^2}{b}-\frac{b^2}{a}}{\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{b}{a^2}}=$$

288. $$\frac{x^2-9}{x-3+\frac{8x}{x+\frac{x+9}{x-3}}}=$$

289. $$\frac{\frac{2+\frac{x^2+4x+4}{x+2}}{x-4}}{\frac{\frac{x^2-8x+16}{x-4}+8}{x^2-16}}=$$

290. $$\frac{4a^2}{1+\frac{a-1}{a-1+\frac{1}{a^2+a+1}}}=$$